

Vers une caractérisation non linéaire d'un réseau autoroutier

Towards a Nonlinear Characterization of a Freeway Network

Hassane ABOUAÏSSA¹, Michel FLIESS², Violina IORDANOVA³, Cédric JOIN^{4, 5}

¹Univ. Lille Nord France, 59000 Lille France
U-Artois, LIG2A (EA 2926)
Technoparc Futura, 62400 Béthune, France
hassane.abouaissa@univ-artois.fr

²LIX (CNRS, UMR 7161), École polytechnique, 91228 Palaiseau, France
Michel.Fliess@polytechnique.edu

³DRIEA IF/DiRIF/SAR/DIET/UTER, 2-6 rue Olof-Palme, 94000 Créteil, France
Violina.Iordanova@developpement-durable.gouv.fr

⁴CRAN (CNRS, UMR 7039), Nancy-Université, BP 239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France
cedric.join@cran.uhp-nancy.fr

⁵Équipe Non-A, INRIA Lille – Nord-Europe, France

Résumé—Des techniques récentes, de nature algébrique, permettent non seulement de démontrer l'identifiabilité de paramètres, comme la vitesse libre et la densité critique, fondamentaux pour la commande et la supervision du trafic autoroutier, mais aussi de les estimer efficacement en temps réel. Les nombreuses simulations numériques confirment l'intérêt de cette démarche pour le transport intelligent.

Abstract—Recent techniques, which are of algebraic flavor, allow not only to prove the identifiability of parameters, like the free-flow speed and the critical density, which are of utmost importance for the control and the supervision of freeway traffic, but also to estimate them quite efficiently in real time. The significance of our approach for intelligent transportation systems is confirmed by numerous successful computer simulations.

Mots-clés—Trafic autoroutier, modèle macroscopique, diagramme fondamental de May, vitesse libre, densité critique, identification, estimation, dérivation numérique.

Keywords—Freeway traffic flow, macroscopic modeling, May's fundamental diagram, free-flow speed, critical density, identification, estimation, numerical differentiation.

I. INTRODUCTION

Parmi les nombreuses recherches actuelles sur les systèmes de transport intelligents, fort bien documentées en [16], les travaux fondateurs de Payne [24] et de Papageorgiou [22] ont introduit des modèles macroscopiques pour représenter des réseaux routiers de grande taille. Ces modèles permettent [15] d'améliorer le service fourni aux usagers tout en diminuant les effets néfastes des congestions¹ car l'on peut alors tester et valider les nouvelles

techniques de supervision ainsi que les différentes actions de contrôle du trafic. Les paramètres figurant dans l'expression mathématique de ces modèles jouent un rôle primordial. Ils doivent donc être identifiés. Les procédures d'estimation sont souvent formulées en terme d'optimisations hors ligne, dont les solutions sont fournies par comparaisons itératives avec les données réelles [20]. Renvoyons à [3], [5] et [14] pour d'autres méthodes hors ligne. Ce caractère, dû à la lourdeur des calculs, empêche toute prise en compte des variations paramétriques provoquées par d'autres conditions de circulation, comme l'hétérogénéité du trafic, les incidents, les conditions météorologiques, ... C'est pourquoi, on trouve des tentatives d'identification en ligne pour tenir compte de ces impératifs : voir, par exemple, [21], [29], [30] pour l'utilisation de filtres de Kalman étendus appliqués à divers modèles, et [28] pour des moindres carrés adaptatifs avec un modèle du second ordre. D'autres points de vue sont développés en [4], [12], [31].

Ce travail, qui fait suite à [2], traite de l'identification et de l'estimation paramétriques par des techniques de nature algébrique [9], à l'origine d'un nouveau paradigme en non-linéaire, et dont un ingrédient essentiel est l'estimation des dérivées d'un signal bruité [19]. Rappelons qu'elles conduisent à une implantation en temps réel, facile (voir, par exemple, [11]), tout en faisant fi des techniques statistiques et/ou asymptotiques, prépondérantes aujourd'hui.

Cette communication est organisée comme suit. Le § II présente les grands traits du modèle du second ordre et montre l'importance du diagramme de May et des paramètres dont il dépend. Après la présentation de l'identification au § III, le § IV décrit de nombreuses simulations,

1. Les congestions apparaissent avec trop de véhicules pour la capacité limitée d'une infrastructure. Ces congestions peuvent être récurrentes, typiques des heures de pointe, ou non, s'il y a des accidents, incidents, travaux, manifestations, ...

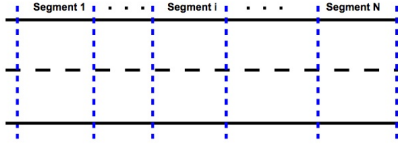


Fig. 1. Représentation schématique d'une section autoroutière

qui sont fort convaincantes. Des conclusions sont évoquées au § V.

II. DIAGRAMME FONDAMENTAL DE MAY

La figure 1 représente une section autoroutière. Notons

- $\rho_i(t)$ la densité dans le segment i , en véh/km/voie ;
- $q_i(t)$ le débit, en véh/h ;
- $v_i(t)$ la vitesse moyenne, en km/h.

Le modèle macroscopique du second ordre, dû à Payne [24] et amélioré par Papageorgiou [23], est basé sur la loi de conservation des véhicules

$$\dot{\rho}_i(t) = \frac{q_{i-1}(t) - q_i(t)}{L_i \lambda_i}$$

où

- L_i et λ_i sont, respectivement, la longueur et le nombre de voies du segment i ;
- $q_{i-1}(t)$ et $q_i(t)$ sont, respectivement, les débit d'entrée et de sortie du segment.

Les trois variables du flux de trafic, vitesse, densité et débit, satisfont $q_i(t) = \rho_i(t)v_i(t)\lambda_i$. Complétons par une expression dynamique de la vitesse :

$$\dot{v}_i(t) = \frac{V(\rho_i) - v_i(t)}{\tau} + \frac{v_i(t)(v_{i-1}(t) - v_i(t))}{L_i} - \frac{\nu}{\tau L_i} \frac{\rho_{i+1}(t) - \rho_i(t)}{\rho_i(t) + \kappa}$$

On y note

- la relaxation de la vitesse du trafic vers la vitesse d'équilibre $V(\rho_i)$, qui rend compte de la dispersion des mesures autour du diagramme fondamental ;
- un terme de convection décrivant la croissance/la décroissance de la vitesse en fonction du flux d'entrée ;
- un terme d'anticipation pour prendre en compte la diminution/l'augmentation de la vitesse en fonction de l'augmentation/la diminution de la densité en aval du segment étudié ;
- les paramètres τ , ν , κ , avec les mêmes valeurs pour tous les segments.

Les caractéristiques du modèle sont très sensibles aux variations de trois paramètres autour du régime d'équilibre de la vitesse, qui est fourni par le diagramme fondamental de May [17] :

$$V(\rho_i) = v_f \exp \left(-\frac{1}{\alpha} \left(\frac{\rho_i}{\rho_{cr}} \right)^\alpha \right) \quad (1)$$

où v_f est la vitesse libre, ρ_{cr} la densité critique, et α l'exposant, dont l'estimation est l'objet de cette communication. V et ρ_i représentent en (1) les mesures de la vitesse moyenne et de la densité. Cette équation, **non linéaire**, très utilisée dans le domaine du trafic, permet, grâce aux valeurs de v_f , ρ_{cr} et α , de déterminer la forme du diagramme fondamental (voir la figure 2) et de d'identifier les

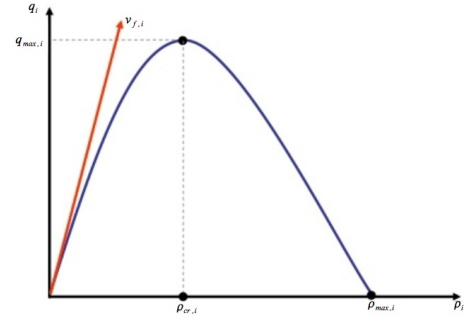


Fig. 2. Diagramme fondamental

zones congestionnées et celles fluides ; v_f y représente la pente à l'origine de la courbe densité-débit.

III. IDENTIFIABILITÉ

La nouveauté du problème d'identifiabilité par rapport à ceux abordés en [10], [6] et [18] réside dans la présence de l'exposant α en (1).

A. Nouveau paramétrage

Réécrivons (1) sous la forme

$$V(\rho_i) = v_f \exp [-K \rho_i^\alpha] \quad (2)$$

Si l'on connaît α et K , on en déduit immédiatement ρ_{cr} :

$$\rho_{cr} = \sqrt[\alpha]{\frac{K}{\alpha}}$$

B. Résultats d'identifiabilité

Si F est une fonction de ρ_i , on note F_{ρ_i} sa dérivée par rapport à ρ_i . Prenons la dérivée logarithmique de V par rapport à ρ_i :

$$W = \frac{V_{\rho_i}}{V} = -K \alpha \rho_i^{\alpha-1} \quad (3)$$

et celle de W :

$$\frac{W_{\rho_i}}{W} = \frac{\alpha - 1}{\rho_i} \quad (4)$$

La formule (4) permet d'estimer α . On obtient K grâce à (3) et, ensuite, v_f grâce à (2).

Remarque 1 : On a besoin de la dérivée seconde $V_{\rho_i^2}$ de V par rapport à ρ_i en (4).

C. Dérivations temporelles

Considérons ρ_i et, donc, V comme des fonctions du temps t . On passe aux dérivées temporelles grâce à la formule

$$V_{\rho_i} = \frac{\dot{V}}{\dot{\rho}_i} \quad (5)$$

Remarque 2 : La dérivation numérique de signaux bruités, développée en [19], a déjà été implantée maintes fois avec plein succès, notamment dans plusieurs applications tournant autour de l'automobile (voir, par exemple, [25], [26], [27]). D'où l'absence de rappels plus étendus.

Remarque 3 : Le passage de la dérivation par rapport à ρ_i à la dérivation temporelle grâce à des quotients analogues à (5) exige certaines précautions, déjà rencontrées en [8], pour des besoins de finance quantitative.

IV. MISE EN ŒUVRE

Ajoutons artificiellement aux données ρ_i et v des bruits blancs, additifs, centrés, de distributions uniformes sur $[-1.10^{-3}, 1.10^{-3}]$ et $[-0.25, 0.25]$, amplitudes choisies pour influencer les données de manière comparable. Les figures 3-(a) et 3-(b) représentent les signaux mesurés. Les résultats reportés en les figures 4-(a), 4-(b) et 4-(c) sont satisfaisants.

Nos données réelles sont des enregistrements fournis par des stations RAD² de l'autoroute A4. Elles concernent trois stations dans le sens province-Paris et une station Paris-province. Les données sont fournies sur cinq jours, avec une période d'échantillonnage de vingt secondes. Les résultats obtenus sont évidemment de moins bonne qualité car le diagramme de May (1) est, rappelons-le, une loi approchée, de nature « phénoménologique » : les données réelles ne vérifient (1) qu'imparfaitement.

Les figures 5, 7, 9 et 11 montrent que les mesures sont pauvres et entachées d'un niveau de bruit très important. L'erreur de modélisation, des pertes d'identifiabilité locales et imprévisibles, inévitables dans ce contexte temps réel, expliquent les fluctuations de nos estimations. Considérons par exemple la figure 6 : malgré des pertes successives d'identifiabilité, elle établit une convergence remarquable des estimations vers des valeurs approchées tout à fait convenables. C'est particulièrement apparent pour ρ_{cr} et v_f qui, d'après les figures 6-(b) et 6-(c), convergent périodiquement vers 0.028 véh/m/voie et 29 m/s.

V. CONCLUSION

La possibilité, enfin réalisée, d'estimer rapidement des paramètres fondamentaux pour le transport intelligent devrait modifier notre perception de bien des problèmes concrets. Les résultats obtenus ici serviront [1] à implanter efficacement la *commande sans modèle* [7], qui, parmi de nombreuses réussites, a permis de réguler des installations hydroélectriques [13], souvent modélisées, comme le trafic routier, par des équations aux dérivées partielles issues de la mécanique des fluides.

RÉFÉRENCES

- [1] ABOUAISSA H., FLIESS M., IORDANOVA V., JOIN C. Prolégomènes à une régulation sans modèle du trafic autoroutier. *Conf. médit. ingénierie sûre systèmes complexes*, Agadir, 2011 (bientôt accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00259032/fr/>).
- [2] ABOUAISSA H., FLIESS M., JOIN C. Fast parametric estimation for macroscopic traffic flow model. *17th IFAC World Congress*, Seoul, 2008 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00259032/fr/>).
- [3] ALESSANDRI A., FEBBRARO A., FERRARA A., PUNTA E. Nonlinear optimization for freeway control using variable-speed signaling. *IEEE Trans. Vehic. Techno.*, t. 48, p. 2042-2052, 1999.
- [4] BELLEMANS T., DE SCHUTTER B., DE MOOR B. Model predictive control with repeated model fitting for ramp metering. *5th IEEE Int. Conf. Intelligent Transport. Systems*, Singapore, 2002.
- [5] CHIEN C., ZHANG Y., IOANNOU P. Traffic density control for automated highway systems. *Automatica*, t. 33, p. 1273-1285, 1997.
- [6] FLIESS M. Critique du rapport signal à bruit en communications numériques. *ARIMA*, t. 9, p. 419-429, 2008 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00311719/fr/>).
- [7] FLIESS M., JOIN C. Commande sans modèle et commande à modèle restreint. *e-STA*, t. 5 (n° 4), p. 1-23, 2008 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00288107/fr/>).
- [8] FLIESS M., JOIN C. Systematic risk analysis: first steps towards a new definition of beta. *COGIS*, Paris, 2009 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00425077/fr/>).
- [9] FLIESS M., JOIN C., SIRA-RAMÍREZ H. Non-linear estimation is easy. *Int. J. Model. Identif. Control*, t. 4, p. 12-27, 2008 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00158855/fr/>).
- [10] FLIESS M., MBOUP M., MOUNIER H., SIRA-RAMÍREZ H. Questioning some paradigms of signal processing via concrete examples. In H. Sira-Ramírez, G. Silva-Navarro (Eds): *Algebraic Methods in Flatness, Signal Processing and State Estimation*, Editorial Lagares, p. 1-21, 2003 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00001059/fr/>).
- [11] GARCÍA COLLADO F.A., D'ANDRÉA-NOVEL B., FLIESS M., MOUNIER H. Analyse fréquentielle des dérivateurs algébriques. *XXII^e Coll. GRETSI*, Dijon, 2009 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00394972/fr/>).
- [12] HERRERA J.-C., BAYEN A.M. Incorporation of Lagrangian measurements in freeway traffic state estimation. *Transport. Research B*, t. 44, p. 460-481, 2010.
- [13] JOIN C., ROBERT G., FLIESS M. Vers une commande sans modèle pour aménagements hydroélectriques en cascade. *6^e Conf. Internat. Francoph. Automat.*, Nancy, 2010 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00460912/fr/>).
- [14] KARAASLAN U., VARAIYA P., WALRAND J. Two proposals to improve freeway traffic flow. *Tech. Rep. California PATH Research Report UCB-ITS-PRR-90-6*, 1990.
- [15] KOSTIALOS A., PAPAGEORGIOU M. Motorway network traffic control systems. *Europ. J. Operat. Research*, t. 152, p. 321-333, 2004.
- [16] MAMMAR S. (sous direct. de) *Systèmes de transport intelligents : Modélisation, information et contrôle*. Hermès-Lavoisier, 2007.
- [17] MAY. A.D. *Traffic Flow Fundamentals*. Prentice-Hall, 1990.
- [18] MBOUP M. Parameter estimation for signals described by differential equations. *Applicable Anal.*, t. 88, p. 29-52, 2009.
- [19] MBOUP M., JOIN C., FLIESS M. Numerical differentiation with annihilators in noisy environment. *Numer. Algor.*, t. 50, p. 439-467, 2009.
- [20] NANTHAWICHIT C., NAKATSUJI T. Parameter estimation of macroscopic traffic simulation model. *Infrastructure Planning Review*, t. 18, p. 935-942, 2001.
- [21] OZBAY K., YASAR I., KACHROO P. Improved online estimation methods for feedback-based freeway ramp metering strategy. *IEEE Conf. Intel. Transport. Systems*, Toronto, 2006.
- [22] PAPAGEORGIOU M. *Applications of automatic control concepts to traffic flow modeling and control*. Springer, 1983.
- [23] PAPAGEORGIOU M., BLOSSEVILLE J.-M., HADJ-SALEM H. Modeling and real-time control of traffic flow on the southern part of boulevard périphérique in Paris – Part I: Modelling. *Transport. Research A*, t. 24, p. 345-359, 1990.
- [24] PAYNE H. J. Models of traffic and control. *Simulation Council Proc. Math. Models Public Syst.*, t. 1, chap. 6, p. 51-61, 1971.
- [25] VILLAGRA J., D'ANDRÉA-NOVEL B., CHOI S., FLIESS M., MOUNIER H. Robust stop-and-go control strategy: an algebraic approach for nonlinear estimation and control. *Int. J. Vehicle Autonomous Systems*, t. 7, p. 270-291, 2009 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00419445/fr/>).
- [26] VILLAGRA J., D'ANDRÉA-NOVEL B., FLIESS M., MOUNIER H. Robust grey-box closed-loop Stop-and-Go control, *47th IEEE Conf. Decision Control*, Cancun, 2008 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00319591/fr/>).
- [27] VILLAGRA J., D'ANDRÉA-NOVEL B., FLIESS M., MOUNIER H. A diagnosis-based approach for tire-road forces and maximum friction estimation. *Control Eng. Practice*, t. 19, p. 174-184, 2011 (accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00533586/fr/>).
- [28] WANG Y., IOANNOU P.A. Real-time parallel estimators for a second-order macroscopic traffic flow model. *IEEE Conf. Intel. Transport. Systems*, Toronto, 2006.
- [29] WANG Y., PAPAGEORGIOU M. Real-time freeway traffic state estimation based on extended Kalman filters: a general approach. *Transport. Research B*, t. 39, p. 141-167, 2005.
- [30] WANG Y., PAPAGEORGIOU M., MESSMER A. Real-time freeway traffic state estimation based on extended Kalman filter: Adaptive capabilities and real data testing. *Transport. Research A*, t. 42, p. 1340-1358, 2008.
- [31] WORK D.B., BLANDIN S., TOSSAVAINEN O.-P., PICCOLI B., BAYEN A.M. A traffic model for velocity data assimilation. *Appl. Math. Res. Express*, t. 2010, p. 1-35, 2010.

2. Acronyme de *Recueil Automatique des Données*.

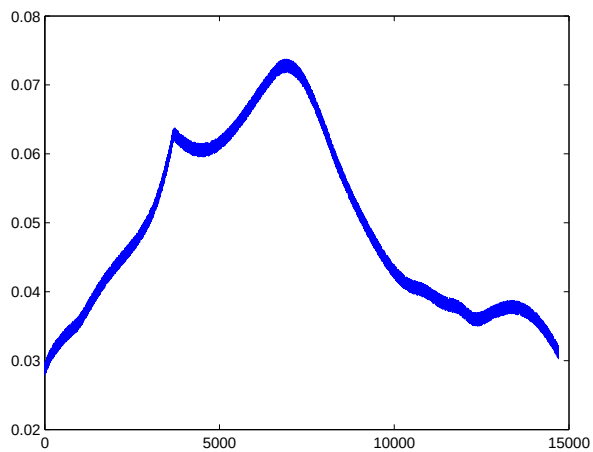
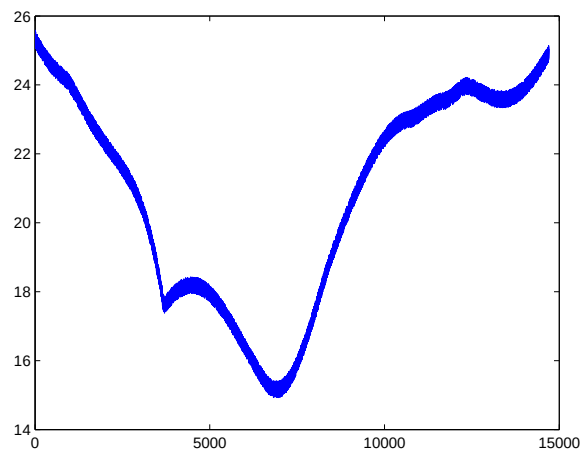
(a) Evolution de ρ (b) Evolution de v

Fig. 3. Grandeurs mesurées

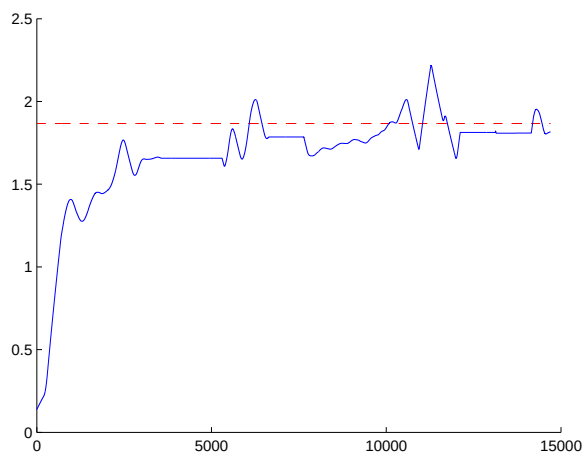
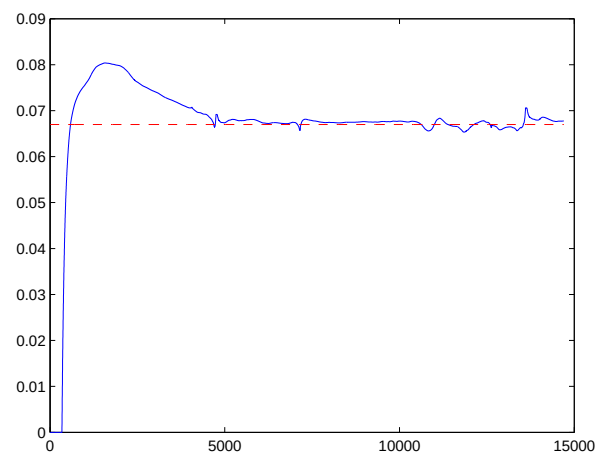
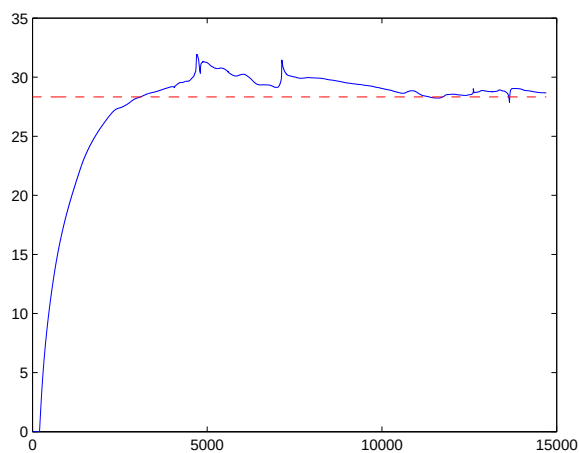
(a) Estimation de α (—) et valeur réelle (---)(b) Estimation de ρ_{cr} (—) et valeur réelle (---)(c) Estimation de v_f (—) et valeur réelle (---)

Fig. 4. Grandeurs estimées

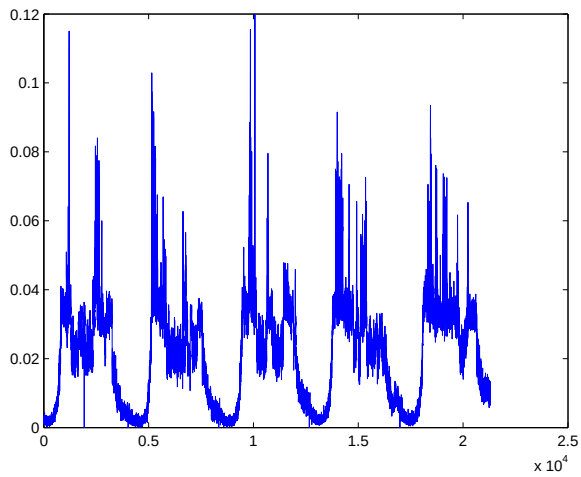
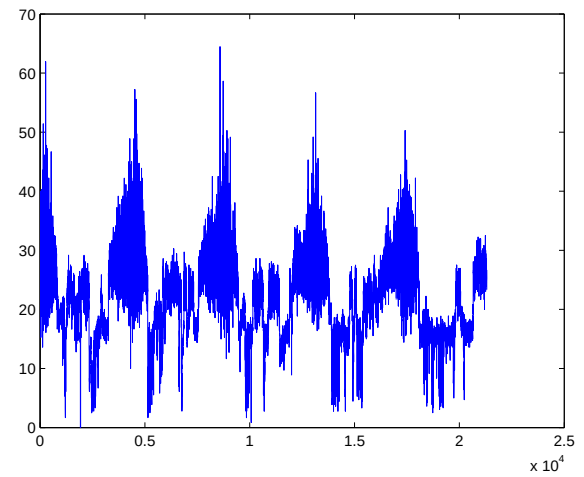
(a) Evolution de ρ (b) Evolution de v

Fig. 5. Grandeurs mesurées RAD_A4-W_07

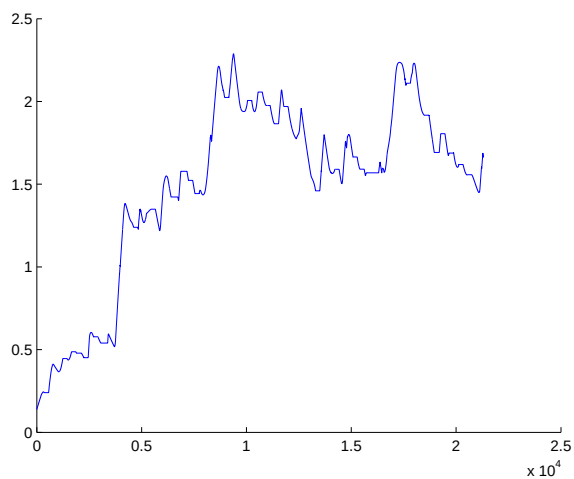
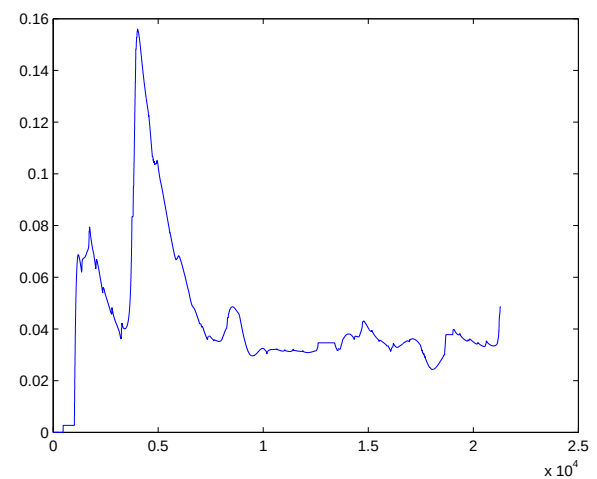
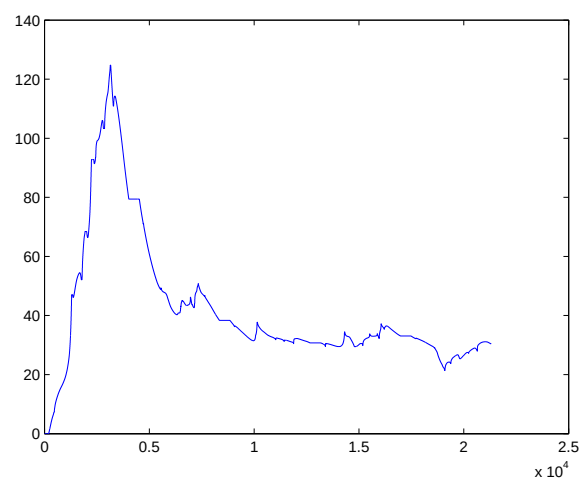
(a) Estimation de α (b) Estimation de ρ_{cr} (c) Estimation de v_f

Fig. 6. Grandeurs estimées RAD_A4-W_07

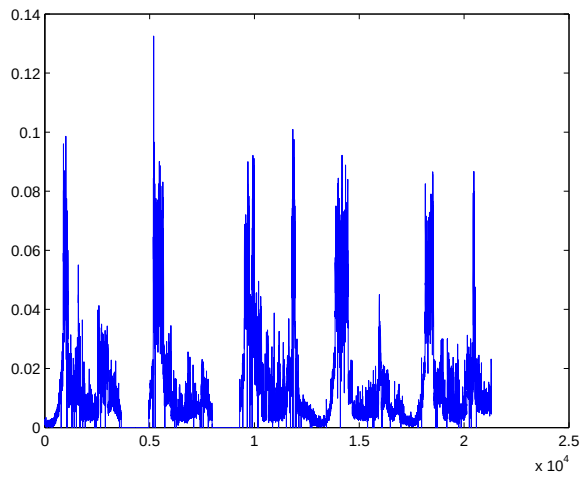
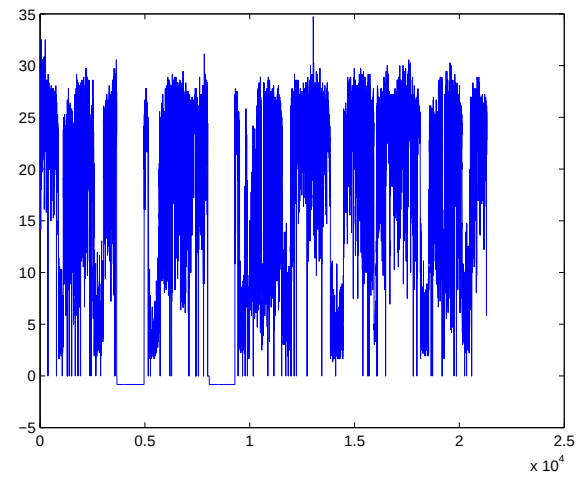
(a) Evolution de ρ (b) Evolution de v

Fig. 7. Grandeurs mesurées RAD_A4-W_11

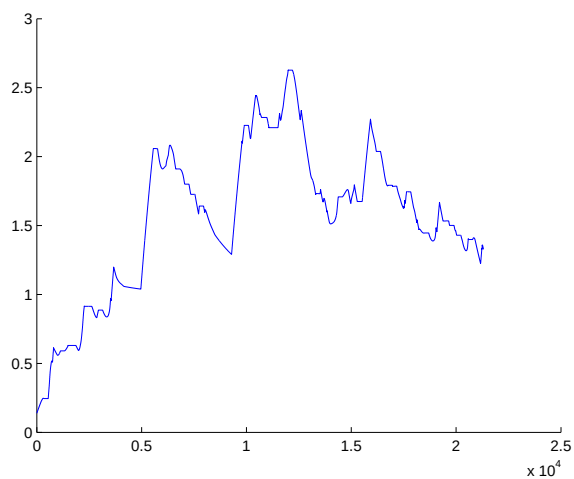
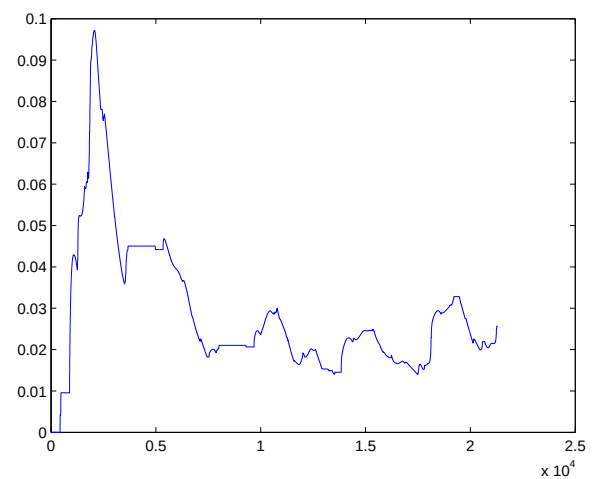
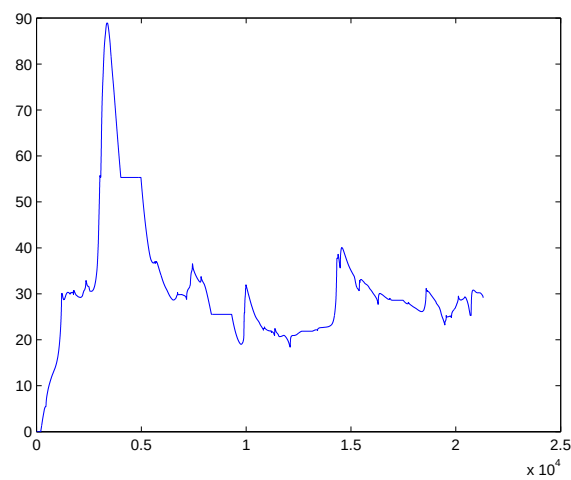
(a) Estimation de α (b) Estimation de ρ_{cr} (c) Estimation de v_f (°)

Fig. 8. Grandeurs estimées RAD_A4-W_11

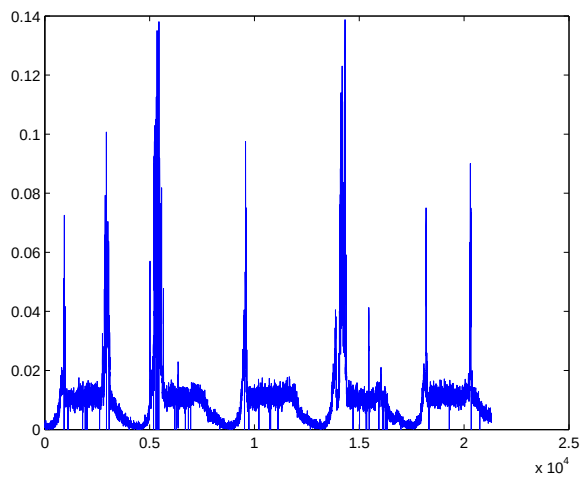
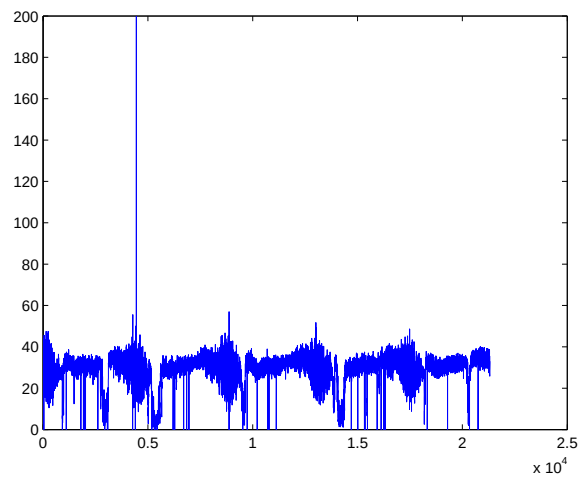
(a) Evolution de ρ (b) Evolution de v

Fig. 9. Grandeurs mesurées RAD_A4-W_14+0680

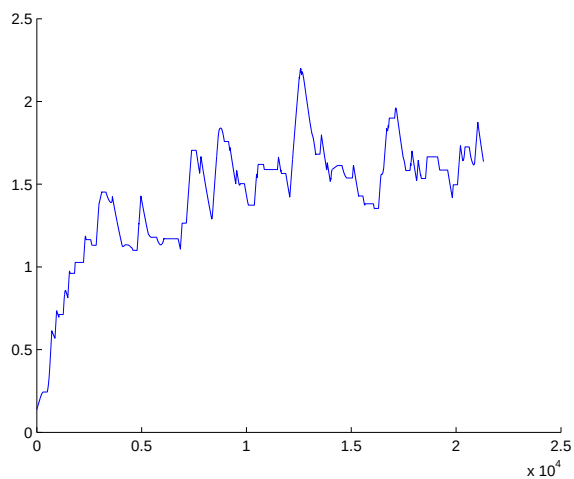
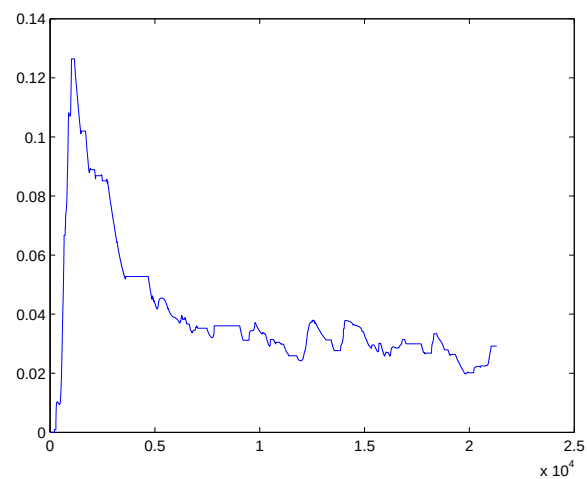
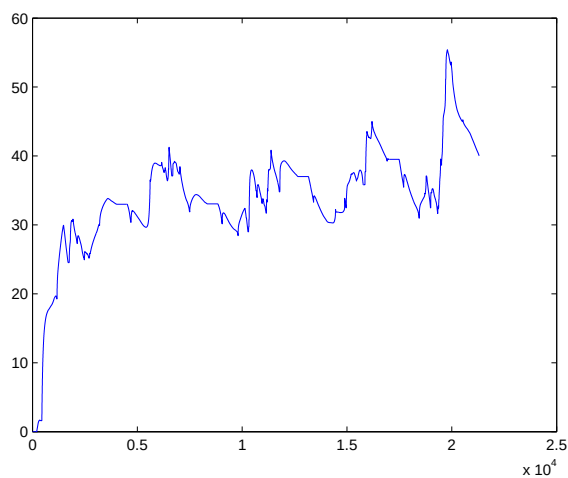
(a) Estimation de α (b) Estimation de ρ_{cr} (c) Estimation de v_f

Fig. 10. Grandeurs estimées RAD_A4-W_14+0680

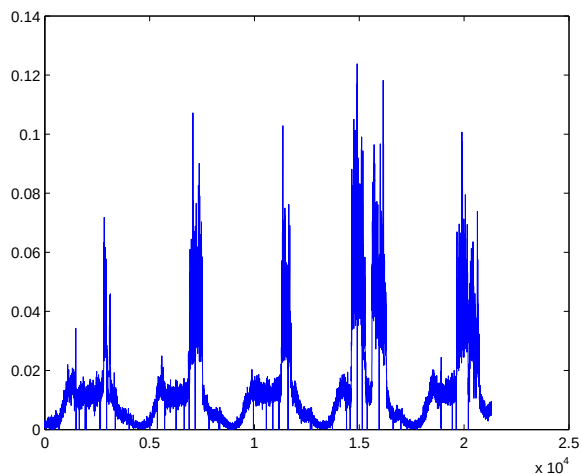
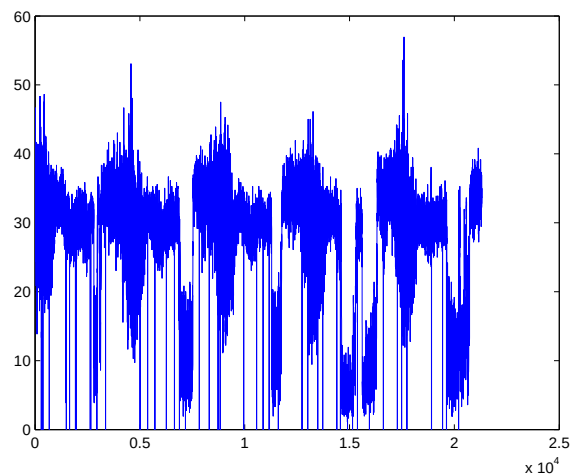
(a) Evolution de ρ (b) Evolution de v

Fig. 11. Grandeurs mesurées RAD_A4-Y_14+0680

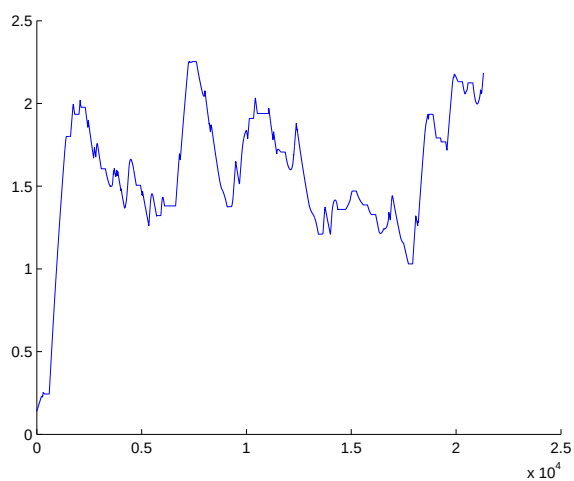
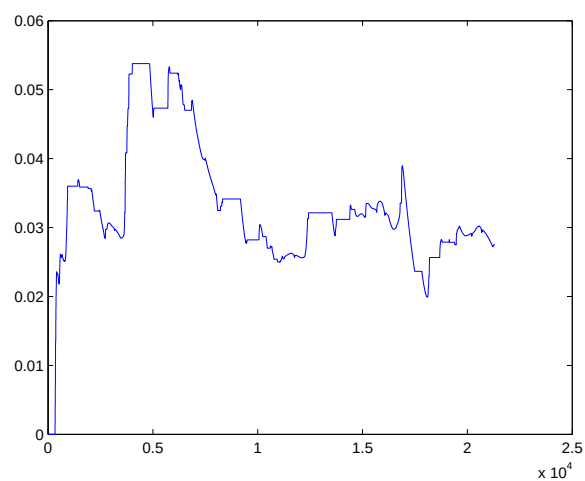
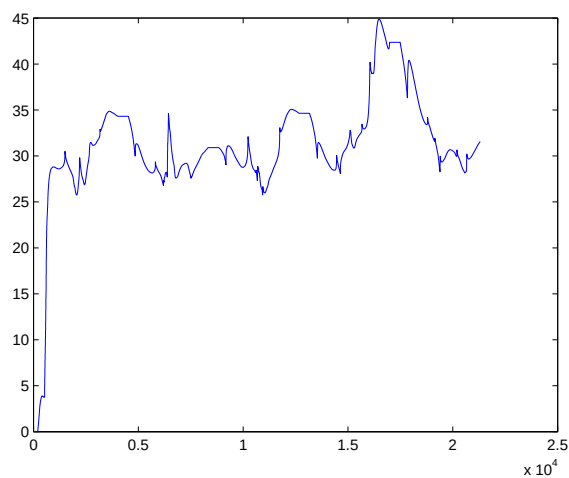
(a) Estimation de α (b) Estimation de ρ_{cr} (c) Estimation de v_f

Fig. 12. Grandeurs estimées RAD_A4-Y_14+0680