

Vers une commande sans modèle d'un palier magnétique

Jérôme De Miras * Samer Riachy ** Michel Fliess ***,†
Cédric Join ****,† Stéphane Bonnet *

* *HeuDiaSyC (CNRS, UMR 7253), Université de Technologie de
Compiègne, BP 20529, 60205 Compiègne, France
(e-mail : {demiras, sbonnet}@hds.utc.fr)*

** *INRIA – Non-A & ECS-Lab (EA 3649), ENSEA, 95014
Cergy-Pontoise, France (e-mail : samer.riachy@ensea.fr)*

*** *LIX (CNRS, UMR 7161), École polytechnique, 91128 Palaiseau,
France (e-mail : Michel.Fliess@polytechnique.edu)*

**** *INRIA – Non-A & CRAN (CNRS, UMR 7039), Université de
Lorraine, BP 239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France (e-mail :
Cedric.Join@univ-lorraine.fr)*

† *A.L.I.E.N., 24-30 rue Lionnois, BP 60120, 54003 Nancy, France
www.alien-sas.com*

Résumé : On présente une « commande sans modèle » d'un palier magnétique, dispositif industriel important, dont on compare les résultats expérimentaux avec ceux d'autres techniques.

English Title – First steps towards a model-free control of a magnetic bearing.

Abstract – *Model-free control* is applied to a magnetic bearing, which is a quite important industrial device. The experimental results are compared to those obtained via other control techniques.

Keywords: Magnetic bearings, model-free control, intelligent *PID* controllers, algebraic estimation techniques.

1. INTRODUCTION

La commande des systèmes à lévitation magnétique, dont le train est l'exemple le plus connu du grand public, a suscité, en raison de leur importance industrielle, une vaste littérature (voir, par exemple, Du, Zhang, Ji & Gao (2010); Kang & Yoon (2006); Mazenc, de Queiroz, Malissov & Gao (2006); de Queiroz & Pradhananga (2007); Grochmal & Lynch (2007); Lévine, Lottin & Ponsart (1996); Chen (2011); Chen & Lin (2011); Balini, Scherer & Witte (2010); Van Dijk, Van De Wouw, Doppenberg, Oosterling & Nijmeijer (2010); Bonnet, De Miras & Vidolov (2008); Charara, De Miras & Caron (1996); Youcef-Toumi & Reddy (1992)) qui s'appuie sur bon nombre de techniques modernes d'automatique. La difficulté du problème, due, notamment, à une modélisation fort complexe, explique le but poursuivi ici, à savoir tester la nouvelle « commande sans modèle », introduite par Fliess & Join (2008, 2009), qui a déjà connu de nombreux succès concrets dans les domaines applicatifs les plus variés¹. Ajoutons que les particularités des paliers magnétiques, surtout un frottement à peu près négligeable, nous a conduit, et c'est l'autre contribution de cette communication, à une présentation renouvelée, simple et naturelle, du sans-modèle (comparer avec Fliess, Join & Riachy (2011)).

C'est dans des applications industrielles moins spectaculaires que le train qu'on trouve le plus d'exemples d'utilisation de cette lévitation. En particulier on peut sustenter un rotor par des électroaimants, dans des équipements rotatifs à vitesse élevée très divers tels que des turbines, des machines outils, des pompes à vide ou des compresseurs, ou encore des dispositifs de stockage d'énergie par volants d'inertie, le tout dans des domaines allant de l'aérospatial au biomédical (Chiba, Dorrell, Fukao, Ichikawa, Oshima & Takemoto (2005)). Ces supports de rotors, appelés paliers magnétiques, ont de nombreux avantages comparés aux paliers classiques :

- En l'absence de contacts, avec des frottements faibles et prévisibles, ils peuvent fonctionner à des vitesses de rotation virtuellement illimitées.
- L'élimination du besoin de lubrification autorise leur emploi dans des environnements qui excluent toute contamination ou qui, comme le vide, empêchent une lubrification efficace.

L'extension du théorème d'EARNSHAW aux forces magnétiques montre qu'il est impossible de concevoir des systèmes maintenus en position statique par le simple usage d'aimants ferromagnétiques permanents. On trouve (Moser, Sandtner & Bleuler (2001)) des solutions passives reposant sur des matériaux diamagnétiques, en particulier supraconducteurs. Elles restent assez peu usitées. C'est pourquoi la plupart des applications exploitent des paliers magnétiques actifs (PMA) mettant en jeu des électroai-

1. Renvoyons à la bibliographie de Fliess, Join & Riachy (2011) pour un état des lieux au printemps 2011.

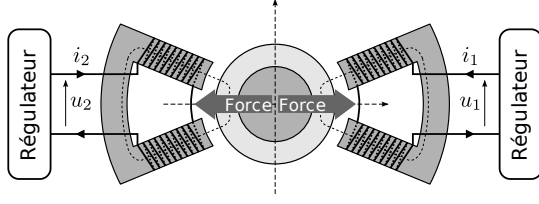


FIGURE 1. Un axe de palier magnétique actif

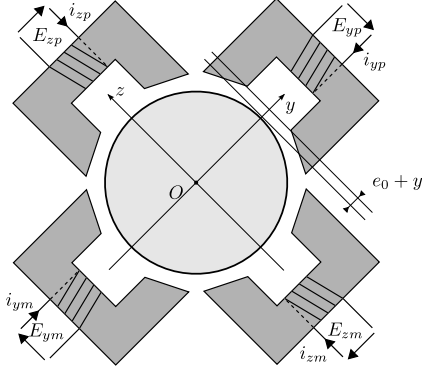


FIGURE 2. Modèle d'un centreur

mants pour stabiliser le rotor et nécessitant des systèmes de contrôle actifs pour fonctionner (Schweitzer, Bleuler & Traxler (1994)).

Le principe de fonctionnement d'un PMA est simple. Chaque axe de contrôle (voir figure 1) est constitué de deux électroaimants et d'un capteur de position qui mesure le déplacement du rotor. Les électroaimants génèrent chacun une force proportionnelle au carré du courant qui les traverse et inversement proportionnelle au carré de la distance d'entrefer séparant l'arbre du stator. En modulant ces forces, il est possible de positionner l'arbre le long de l'axe de contrôle. La combinaison de deux axes perpendiculaires forme un centreur capable de maintenir l'arbre en position selon deux degrés de liberté. La nature des forces mises en jeu introduit des non linéarités importantes dans le modèle d'un axe. De plus, les PMA étant des dispositifs électromagnétiques rapides, ils imposent d'importantes contraintes de temps de calcul lors de l'implémentation de schémas de commande.

Le § 2 pose succinctement les bases de la commande sans modèle. Les paliers magnétiques sont traités au § 3. Des développements futurs sont évoqués au § 4.

2. COMMANDE SANS MODÈLE

2.1 Principes généraux

La commande sans modèle repose sur une modélisation locale, sans cesse réactualisée, à partir de la seule connaissance du comportement entrée-sortie. À l'équation différentielle inconnue, décrivant le comportement d'entrée u et sortie y d'un système, linéaire ou non,

$$E(y, \dot{y}, \dots, y^{(a)}, u, \dot{u}, \dots, u^{(b)}) = 0 \quad (1)$$

associons

$$F + \alpha u - K_P e - K_I \int e - K_D \dot{e} = 0 \quad (2)$$

où :

- $e = y - y^*$ est l'écart entre la sortie y et la sortie désirée y^* ,
- K_P , K_I et K_D sont des gains de réglages,
- F , qui subsume (1), doit être estimé en temps réel,
- α , paramètre non physique, doit être choisi par le praticien de sorte que F et αu aient même ordre de grandeur.

Soit \hat{F} une estimée de F . On ferme la boucle en posant

$$u = -\frac{\hat{F}}{\alpha} \quad (3)$$

L'ensemble (2)-(3) est appelé, en raison de la forme de (2) et par analogie avec Fliess & Join (2008, 2009); Fliess, Join & Riachy (2011), correcteur *PID intelligent*, ou *iPID*. Il conduit à

$$K_P e + K_I \int e + K_D \dot{e} = 0, \quad (4)$$

qui est stable pour un choix convenable des gains.

Remarque 1. Cette formulation ne nécessite pas la discussion de l'ordre d'un système local, comme dans Fliess & Join (2008, 2009); Fliess, Join & Riachy (2011). C'est un avantage substantiel.

Remarque 2. On peut remplacer, si nécessaire, (2) par

$$F + \alpha u - K_P e - \Phi(e) = 0,$$

où Φ est une fonctionnelle, à choisir, de e . On a ainsi une gamme très large de correcteurs possibles en commande sans modèle.

2.2 Estimation de F

Si $K_D = 0$ en (2), on a un *PI intelligent*, ou *iPI* : c'est le cas, et de loin, le plus commun en pratique (voir Fliess, Join & Riachy (2011)). Alors, d'après (2), l'estimation de F est triviale. Il peut être nécessaire, cependant, de débruiter les signaux d'entrée u et de sortie y . Des filtres élémentaires ont suffi jusqu'à présent. Si $K_D \neq 0$ en (2), l'estimation de F nécessite celle de la dérivée \dot{y} , c'est-à-dire la dérivée d'un signal bruité. Des filtres dérivateurs élémentaires suffisent en général.

Remarque 3. Si besoin est, c'est-à-dire avec des bruits plus forts, on peut employer les techniques algébriques détaillées dans (Fliess, Join & Sira-Ramírez (2008); Mboup, Join & Fliess (2009)) qui ont déjà servi avec succès dans plusieurs situations concrètes (voir, par exemple, Villagra, d'Andréa-Novel, Fliess & Mounier (2011)).

3. PALIERS MAGNÉTIQUES

3.1 Simulations numériques

Le modèle utilisé dans les simulations est monovariable. Par contre, au § suivant, tous les degrés de libertés du palier magnétique réel sont pilotés simultanément par des commandes sans modèle. En ne s'intéressant qu'à l'axe y (Fig. 2), l'accélération radiale du rotor peut s'écrire :

$$m\ddot{y} = F_{yp} + F_{ym} + F_p, \quad (5)$$

où F_{yp} et F_{ym} sont les forces magnétiques engendrées par les bobines et F_p une force de perturbation additive

constante telle que la gravité. Si on néglige les effets dus à la saturation magnétique et à l'hystérésis, on a :

$$F_{yp} = \frac{\lambda_1 i_{xp}^2}{2(e_0 - y)^2} \text{ et } F_{ym} = -\frac{\lambda_2 i_{xm}^2}{2(e_0 + y)^2} \quad (6)$$

où e_0 est l'entrefer nominal entre les bobines et le rotor. Les paramètres λ_1 et λ_2 dépendent de la géométrie des électroaimants et de l'arbre. Puisque ici chaque axe est constitué de deux actionneurs symétriques, on les considère égaux au paramètre unique λ_y . En combinant les équations (5) et (6), on obtient un modèle non linéarisable pour le point où l'arbre est à l'origine et le courant nul (voir Charara, De Miras & Caron (1996)). En introduisant un courant de prémagnétisation I_0 constant dans les bobines, on peut toutefois se ramener à un modèle linéaire adapté à l'application de la théorie du contrôle linéaire : en créant un flux magnétique constant dans les deux actionneurs, on élimine le temps de création du flux et une réponse quasiment linéaire obtenue en faisant varier les courants d'entrée autour de cette valeur pour des petits déplacements de l'arbre. Utiliser un courant de prémagnétisation comporte toutefois un défaut majeur : les deux bobines sont toujours actives, ce qui entraîne une consommation d'énergie accrue. Il est donc plus efficace de faire fonctionner un PMA en mode non linéaire, où seul un actionneur est actif à tout instant. Dans ce mode de fonctionnement, les courants i_{yp} et i_{ym} sont mutuellement exclusifs et peuvent s'exprimer en fonction d'un courant de commande virtuel unique i_y :

$$i_{ym} = \begin{cases} -i_y & \text{si } i_y < 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \text{ et } i_{yp} = \begin{cases} i_y & \text{si } i_y > 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (7)$$

L'équation (7) implique qu'à tout instant, soit F_{yp} , soit F_{ym} est nulle. En utilisant l'équation (6) on obtient :

$$F_{yp} + F_{ym} = \frac{\lambda_y \text{sign}(i_y) i_y^2}{2(e_0 - \text{sign}(i_y) y)^2}, \quad (8)$$

ce qui permet d'obtenir, en remplaçant dans l'équation (5), le modèle du système utilisé pour la simulation.

La commande est mise en œuvre en injectant (2) dans (3) :

$$u = -\frac{1}{\alpha} (-\alpha u^* + K_P e + K_I \int e + K_D \dot{e}), \quad (9)$$

avec u^* une valeur débruitée de la commande. En discrétisant l'expression, on obtient :

$$u_k = N(z).u_k - \frac{1}{\alpha} (K_P e_k + K_D D(z).e_k), \quad (10)$$

avec z l'opérateur retard, $N(z)$ l'expression discrète d'un filtre appliqué à la valeur de la commande et $D(z)$ un opérateur discret de différenciation approchée. $N(z)$ permet tout à la fois de débruiter la valeur de commande et d'éviter une boucle algébrique dans la construction de u_k . K_i est nul (voir explication au paragraphe suivant).

Les valeurs des paramètres physiques m , λ et e_0 sont listées dans le tableau numéro 1. La consigne est un signal carré de fréquence 10 Hz filtré par un passe bas. Puisque le palier magnétique admet très peu d'amortissement, nous utilisons un iPD qui, d'après d'Andréa-Novel, Fliess, Join, Mounier & Steux (2010), correspond à un PID . Pour cette raison nous utilisons la relation (2) avec $K_I = 0$, $\alpha = 0.9$, $K_P = 14692$ et $K_D = 266$. La perturbation F_p , qui peut représenter le poids de la partie mobile, change de signe en $t = 0,25$ seconde. Un bruit d'amplitude inférieure à

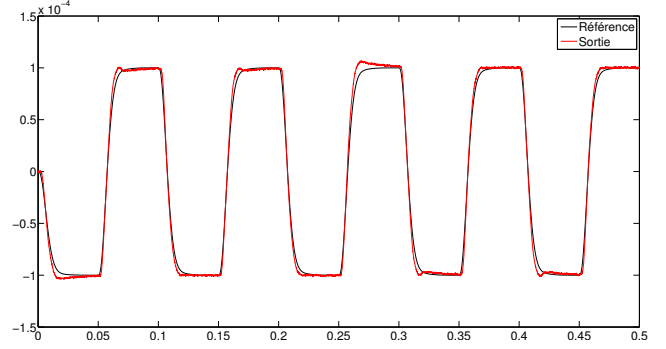


FIGURE 3. Sortie (Rouge) Référence (noire)

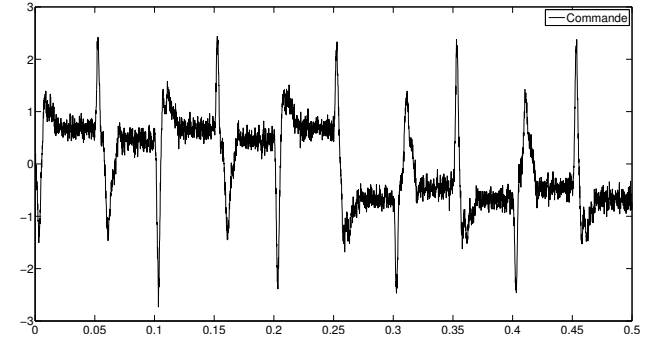


FIGURE 4. Commande u



FIGURE 5. Photo du banc d'essai

2×10^{-6} mètre s'ajoute à la sortie. Le résultat de la simulation tracé sur les figures 3 et 4 montre l'efficacité de la commande.

3.2 Expérimentations

Le système expérimental utilisé est de marque MECOS-TRAXLER AG, modèle miniVS (Figure 5). Il s'agit d'un rotor sustenté et centré par 2 centreurs et un palier longitudinal. Le schéma du système d'acquisition et de commande se trouve sur la Figure 6. Les paramètres du système sont résumés dans le tableau 1.

Les cinq axes sont commandés simultanément par un PC qui sert de cible temps réel à Simulink. Les mesures sont acquises à une fréquence supérieure à celle du calcul de la commande (voir table numéro 1) afin de pouvoir les filtrer efficacement par deux premiers ordres discrétisés en série de constante de temps t_o . On a appliqué trois lois de commande au système en vue de pouvoir les comparer :

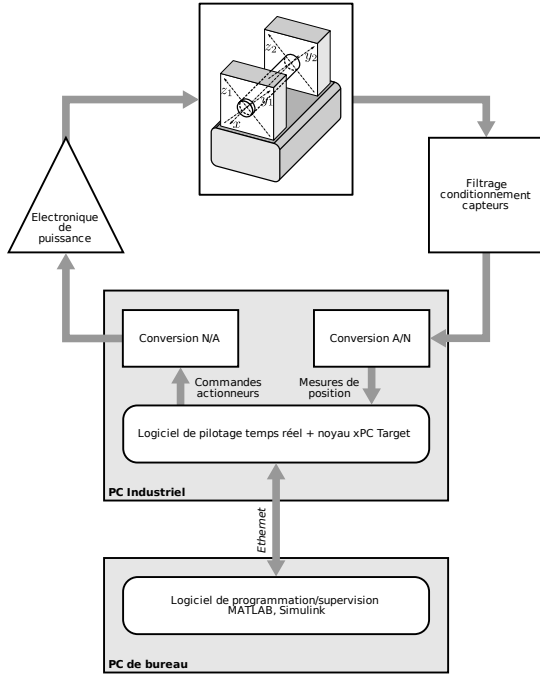


FIGURE 6. Schéma du banc d'essais

- La commande sans modèle décrite dans cet article : chaque axe est considéré indépendant ;
- une commande non linéaire globale des 5 axes basée sur l'utilisation d'un modèle d'Euler-Lagrange du rotor. Des *PID* sont réglés pour obtenir les dérivées secondes désirées des coordonnées généralisées du modèle selon une dynamique en boucle fermée choisie. On utilise alors l'expression du modèle pour retrouver les courants permettant d'imposer cette dynamique (De Miras & Charara (1998)) ;
- une commande non linéaire discrète (Bonnet, De Miras & Vidolov (2008)) où chaque axe est considéré indépendant. Les courants sont obtenus par inversion numérique du modèle de comportement d'un axe – contenu dans une table discrète de prédiction à un pas d'échantillonnage – en fonction de la position qu'on veut atteindre au pas suivant.

Désignons par y_1 et z_1 (resp. y_2 et z_2) les positions du rotor à ses deux extrémités. Les extrémités y_1 , z_1 ainsi que l'axe x sont maintenus en zéro par des *iPD* (entrefer nominal pour chacun des deux actionneurs de l'axe). L'extrémité y_2 doit suivre une trajectoire carrée de fréquence 2 Hz entre zéro et $e_0/8$. En même temps, z_2 doit suivre une trajectoire sinusoïdale de fréquence 2 Hz entre $-e_0/8$ et

TABLE 1. Paramètres

Paramètre	Symbole	Valeur
Masse rotor	m	3,097 kg
Courant max par bobine	I_{max}	6 A
Entrefer nominal	e_0	$0,5 \cdot 10^{-3} m$
Paramètre de bobinage	$\lambda_{y,z}$	$2,51 \cdot 10^{-6} mH.m$
Période d'acquisition des mesures sauf pour la commande <i>invMod</i>	T_m	$33 \cdot 10^{-6} s$ $66 \cdot 10^{-6} s$
Résolution des CAN		12 bits
Plage d'acquisition des CAN		$0,5 \cdot 10^{-3} m$
Constante de temps du filtrage numérique des mesures	t_o	$1 \cdot 10^{-3} s$
Période de calcul des lois de commande	T_e	$132 \cdot 10^{-6} s$

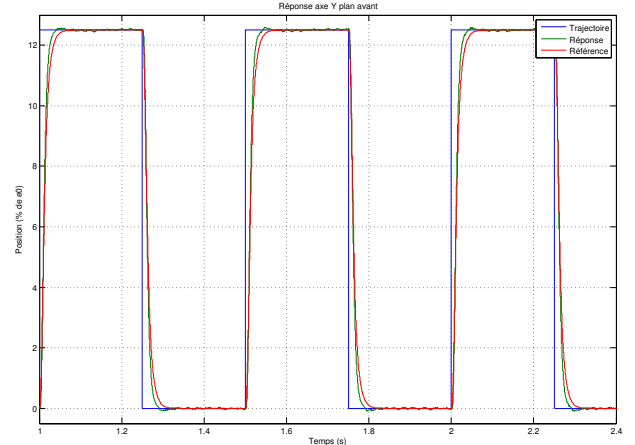


FIGURE 7. Réponse à un créneau sur l'axe y_2

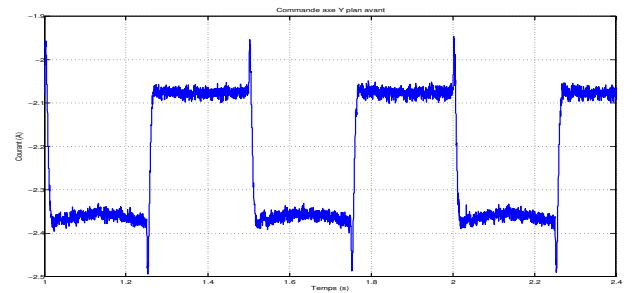


FIGURE 8. Commande de l'axe y_2

$e_0/8$. Les axes y et z , subissent la gravité alors que l'axe x doit être positionné autour du point non linéarisable du modèle (courant nul, entrefer nominal²). Comme illustré par les figures 13 et 14, le maintien de l'axe x en zéro est difficile car en ce point le courant dans les bobines est quasi nul. Par conséquent, le temps pour l'établissement du courant dans les bobines induit un léger retard qui empêche la réactivité instantanée de la commande. Ce désavantage n'existe pas sur les directions y et z car pour contrecarrer le poids du rotor un courant non nul circule dans les bobines en permanence.

Sur la Figure 7 on peut voir la position de l'extrémité y_2 . On a représenté la trajectoire (signal carré) et la référence correspondant à la sortie désirée (issue d'un filtrage de la trajectoire). La commande (en courant) est donnée sur la Figure 8. On peut constater un niveau de bruit non négligeable dû au fait que le filtrage des entrées n'élimine pas totalement les bruits de mesure et que le terme dérivée D du correcteur est une approximation simpliste. Le niveau de commande est fonction de trois éléments :

- les axes y et z sont orientés vers le sol à 45 degrés de la verticale, il faut donc des courants négatifs pour compenser la gravité ;
- la gravité qu'il faut compenser : pour l'entrefer nominal un courant de $-2,07 A$ est nécessaire.
- le décalage par rapport à l'entrefer nominal ; dans le cas de l'expérience présentée, le rotor s'éloigne de l'électroaimant qui maintient la position et il faut donc augmenter le courant avec l'augmentation d'entrefer pour conserver la force qui compense la gravité. L'estimateur d'erreur

2. En fait la table sur laquelle est posée la machine n'est pas tout à fait horizontale, ce qui fait qu'une légère portion de la gravité s'applique à l'axe x . Cela explique la valeur moyenne non nulle de la commande sur la Figure 14.

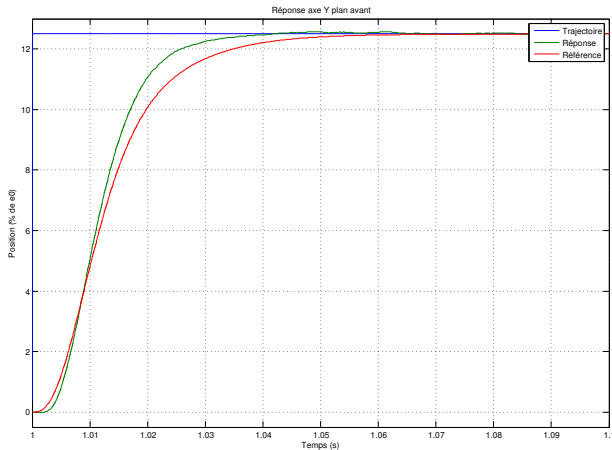


FIGURE 9. Agrandissement de la figure 7

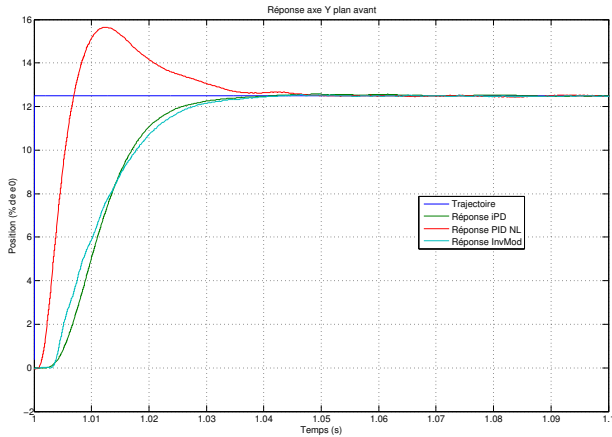


FIGURE 10. Comparaison des 3 commandes axe y_2

de modèle \hat{F} joue parfaitement son rôle et permet la compensation de cette non-linéarité.

La Figure 9 présente un zoom sur un des échelons de l'expérience sur y_2 . On peut voir que le système est légèrement en avance sur la référence y_2^* qu'on lui demande de suivre. Cela provient du fait que \hat{F} compense avec un léger retard les erreurs entre le système réel et celui sur lequel est basée la commande. C'est aussi dépendant du paramètre α (qui vaut 2,0 pour les axes y et z^3).

La Figure 10 présente un agrandissement sur un des échelons de l'expérience sur l'axe y_2 pour les trois commandes. Elles ont été réglées afin d'avoir le même temps de réponse. Par rapport au *PID* non linéaire on constate une élimination de l'erreur statique (gravité) mais sans dépassement. On obtient un comportement équivalent à la commande par inversion de modèle mais pour un coût en calcul bien moins grand. On notera que la commande par inversion de modèle correspond aux meilleurs résultats obtenus jusqu'à ces essais sur le banc de test.

Les Figures 11 et 12 présentent la réponse de l'axe z_2 à sa trajectoire sinusoïdale et la commande obtenue. Là encore, on peut constater que le résultat est tout à fait correct. Les Figures 13 et 14 présentent la réponse de l'axe x et la commande obtenue. Sur la Figure 13 on a représenté aussi la réponse de la commande par inversion de modèle. La commande par inversion de modèle a une

3. La différence avec la valeur utilisée en simulation s'explique par le fait que la masse est différente sur le système réel et que le paramètre α a été ajusté pour en tenir compte.

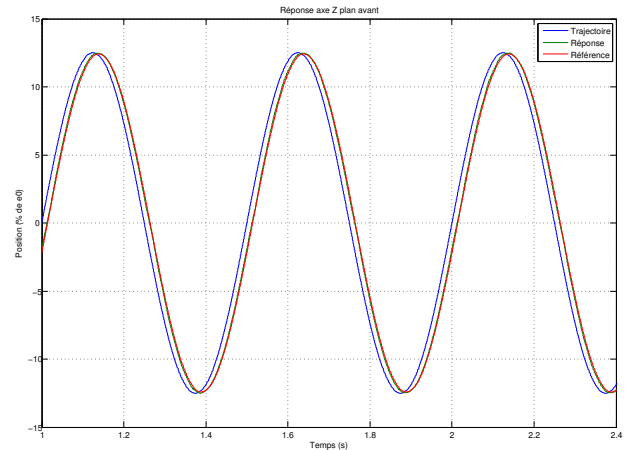


FIGURE 11. Réponse à un sinus sur l'axe z_2

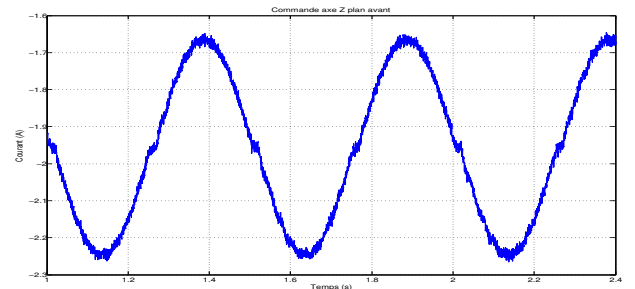


FIGURE 12. Commande de l'axe z_2

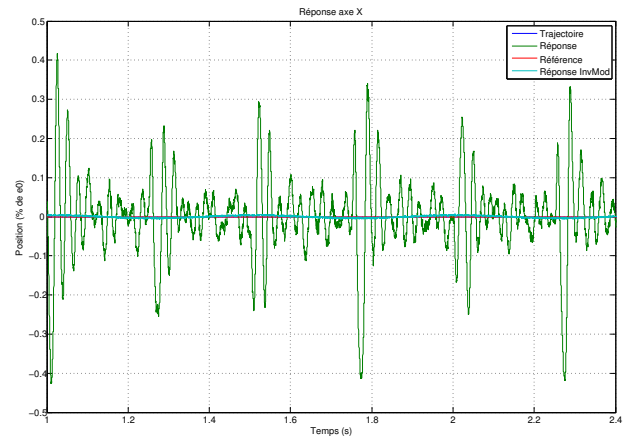


FIGURE 13. Maintien de l'axe x en zéro

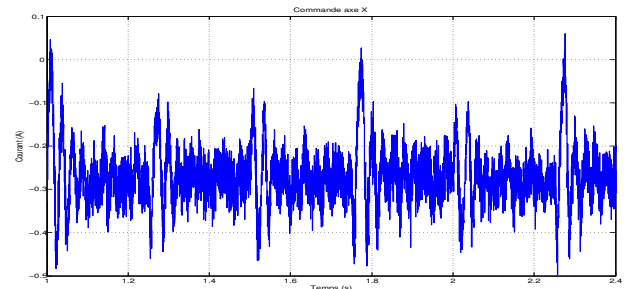


FIGURE 14. Commande de l'axe x

meilleure réponse grâce à l'utilisation de la tabulation à un pas du modèle. En effet la stabilisation se fait au voisinage du point non linéarisable du modèle où l'effet de la non linéarité sur le courant est la plus forte. Pour un fonctionnement autour de ce point, il est difficile de définir un coefficient α optimum pour l'*iPD*. Pour autant la stabilité est assurée mais avec un niveau de bruit plus important.

4. CONCLUSION

La commande sans modèle fournit des résultats meilleurs qu'un *PID* non linéaire et équivalents à la commande qui sert de référence au laboratoire HeuDiaSyC, mais dont le coût calculatoire est bien plus grand. Reste un niveau de bruit supérieur lorsqu'on régule autour d'un point où le courant est voisin de zéro (forte non-linéarité). Le résultat est, alors, très dépendant du terme α : c'est une direction dans laquelle il peut y avoir matière à améliorer la commande.

RÉFÉRENCES

- B. d'Andréa-Novel, M. Fliess, C. Join, H. Mounier, B. Steux (2010). A mathematical explanation via "intelligent" pid controllers of the strange ubiquity of pids. *18th Medit. Conf. Control Automat.*, Marrakech. Accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00480293/fr/>.
- H.M.N.K. Balini, C.W. Scherer, J. Witte (2010). Performance enhancement for amb systems using unstable H_∞ controllers. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 19, p. 1479–1492.
- S. Bonnet, J. De Miras, B. Vidolov (2008). Nonlinear one-step predictive control of an active magnetic bearing. *17th IFAC World Congress*, Seoul.
- A. Charara, J. De Miras, B. Caron (1996). Non-linear control of a magnetic levitation system without pre-magnetization. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 4, p. 513–523.
- S. Chen (2011). Robust nonlinear smooth feedback control of a three-pole active magnetic bearing system. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 19, p. 615–621.
- S.-Y. Chen, F.-J. Lin (2011). Robust nonsingular terminal sliding-mode control for nonlinear magnetic bearing system. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 19, p. 636–643.
- A. Chiba, D.G. Dorrell, T. Fukao, O. Ichikawa, M. Oshima, M. Takemoto (2005). *Magnetic Bearings and Bearingless Drives*. Elsevier.
- D. Cho, Y. Kato, D. Spilman (1993). Sliding mode and classical controllers in magnetic levitation systems. *IEEE Control Systems Magaz.*, vol. 13, p. 42–48.
- J. De Miras, A. Charara (1998). A vector oriented control for a magnetically levitated shaft. *IEEE Trans. Magnetics*, vol. 34, p. 2039–2041.
- H. Du, N. Zhang, J.C. Ji, W. Gao (2010). Robust fuzzy control of an active magnetic bearing subject to voltage saturation. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 18, p. 164–169.
- M. Fliess, C. Join (2008). Commande sans modèle et commande à modèle restreint. *e-STA*, vol. 5 (n° 4), p. 1–23. Accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00288107/fr/>.
- M. Fliess, C. Join (2009). Model free control and intelligent pid controllers: towards a possible trivialization of nonlinear control? *15th IFAC Symp. System Identif.*, Saint-Malo. Accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00372325/fr/>.
- M. Fliess, C. Join, H. Sira-Ramírez (2008). Non-linear estimation is easy. *Int. J. Model. Identif. Control*, vol. 4, p. 12–27. Accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00158855/fr/>.
- M. Fliess, C. Join, S. Riachy (2011). Rien de plus utile qu'une bonne théorie : la commande sans modèle. *JD-JN MACS*, Marseille. Accessible sur <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00581109/fr/>.
- M. Fujita, F. Matsumara, M. Shimizu (1990). H^∞ robust control design for a magnetic suspension system. *2nd Int. Symp. Magnetic Bearings*, Tokyo.
- W. Grega, A. Pilat (2005). Comparison of linear control methods for an amb system. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, vol. 15, p. 245–255.
- T.R. Grochmal, A.F. Lynch (2007). Control precision tracking of a rotating shaft with magnetic bearings by nonlinear decoupled disturbance observers. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 15, p. 1112–1121.
- J. Huang, L. Wang, Y. Huang (2007). Continuous time model predictive control for a magnetic bearing system. *PIERS Online*, vol. 3, p. 202–208.
- M.S. Kang, W.H. Yoon (2006). Acceleration feedforward control in active magnetic bearing system subject to base motion by filtered-x lms algorithm. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 14, p. 134–140.
- J. Lévine, J. Lottin, J.-C. Ponsart (1996). A nonlinear approach to the control of magnetic bearings. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 4, p. 524–544.
- F. Mazenc, M. S. de Queiroz, M. Malisoff, F. Gao (2006). Further results on active magnetic bearing control with input saturation. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 14, p. 914–919.
- M. Mboup, C. Join, M. Fliess (2009). Numerical differentiation with annihilators in noisy environment. *Numer. Algor.*, vol. 50, p. 439–467.
- R. Moser, J. Sandtner, H. Bleuler (2001). Diamagnetic suspension system for small rotors. *J. Micromechatronics*, vol. 1, p. 131–137.
- K. Nonami, H. Yamaguchi (1994). μ -synthesis of a flexible rotor magnetic bearing system. *4th Int. Symp. Magnetic Bearings*, Zurich.
- M.S. de Queiroz, S. Pradhananga (2007). Control of magnetic levitation systems with reduced steady-state power losses. *IEEE Trans. Control Syst. Techno.*, vol. 15, p. 1096–1102.
- G. Schweitzer, H. Bleuler, A. Traxler (1994). *Active Magnetic Bearings*. VDF Hochschulverlag.
- H.F. Steffani, W. Hofmann, B. Cebulski (1998). A controller for a magnetic bearing using the dynamic programming of Bellman. *6th International Symposium on Magnetic Bearings*, MIT, Cambridge, MA.
- N. Van Dijk, E. Van De Wouw, N. Doppenberg, H. Oosterling, H. Nijmeijer (2010). Robust active chatter control in the high-speed milling process. *Amer. Control Conf.*, Baltimore.
- B. Vidolov, C. Melin, J. De Miras, A. Charara (1996). Two-rules-based fuzzy logic control and sliding mode control of an active magnetic bearing. *5th Int. Conf. Fuzzy Systems*, New Orleans.
- J. Villagra, B. d'Andréa-Novel, M. Fliess, H. Mounier (2011). A diagnosis-based approach for tire-road forces and maximum friction estimation. *Control Eng. Practice*, vol. 19, p. 177–184.
- K. Youcef-Toumi, S. Reddy (1992). Dynamic analysis and control of high speed and high precision active magnetic bearing. *J. Dyn. Sys. Meas. Control.*, vol. 114, p. 623–633.